

# 箱梁单元与梁格法在异型桥梁分析中的应用\*

卢彭真<sup>1</sup>, 张俊平<sup>2</sup>, 赵人达<sup>1</sup>, 黄海云<sup>2</sup>  
(1. 西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 610031;  
2. 广州大学土木工程学院, 广东 广州 510006)

**摘要:** 异型薄壁箱梁桥结构受力行为复杂, 用常规的计算理论和分析方法难以准确把握结构的受力行为。为较好把握该结构的受力行为, 在普通梁理论的基础上, 通过增加自由度的分析法, 提出考虑约束扭转、畸变以及剪力滞效应作用的每节点 10 个自由度的薄壁箱梁空间单元, 推导出对应的单元刚度矩阵, 并编制相应的有限元程序。同时利用该程序结合空间梁格分析法、普通梁单元法及板壳单元法分别对一典型异型桥梁进行结构分析。理论分析与实测结果比较表明了本单元的有效性和准确性, 也说明了空间梁格分析方法是一种简便实用的分析方法。

**关键词:** 异型桥梁; 增加自由度; 刚度矩阵; 空间梁格分析

**中图分类号:** U448.21 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2008) 02-0054-04

随着薄壁结构使用的增加, 异型薄壁箱梁桥的受力行为更显得复杂化, 尤其约束扭转、畸变以及剪力滞效应比较突出。国内外学者黄剑源<sup>[1]</sup>、丁汉山<sup>[2]</sup>、李平等<sup>[3-5]</sup>在薄壁箱梁的基础上研究了异型桥梁的设计及结构分析方法。

以往异型桥梁结构常用的处理方法有以下几种: ①将结构划分为两独立的桥梁结构, 对各自独立的结构分别进行理论计算分析, 该方法没有考虑主线与匝道的相互影响; ②利用普通梁理论对异型桥梁进行格子梁的分析, 该方法不能正确反应薄壁结构约束扭转、畸变以及剪力滞效应的结构特点; ③采用空间板壳计算理论, 该方法后处理工作量相对较大, 难以直接给出内力, 也不便于进行配筋和构造设计。

本文基于普通梁理论, 通过增加自由度的方法, 提出同时考虑约束扭转、畸变以及剪力滞效应作用的每节点 10 个自由度的薄壁箱梁空间分析单元, 并据此编制相应的程序。同时利用该程序结合空间梁格分析法、普通梁单元法及板壳单元等分别对一典型异型桥梁结构进行分析。

## 1 直梁单元刚度分析

### 1.1 薄壁直线箱梁的约束扭转刚度分析

薄壁箱梁单元在单元坐标系下的单元节点力向量  $\{F\}$  与单元位移向量  $\{\delta\}$  分别取为:

$$\{\bar{F}\} = [F_{xi}, F_{yi}, N_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}, B_{li}, M_{gi},$$

$$F_{xj}, F_{yj}, N_{zj}, M_{xj}, M_{yj}, B_{lj}]^T \quad (1)$$

$$\{\bar{\delta}\} = [u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}, f_i, \zeta_i, r_i, r'_i, \\ u_j, v_j, w_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}, \theta_{zj}, f_j, \zeta_j, r_j, r'_j] \quad (2)$$

通过势能最小原理, 可得闭口断面梁的约束扭转基本微分方程, 从而可得截面的纵向正应力和翘曲正应力。

### 1.2 薄壁直线箱梁的畸变刚度分析

根据畸变方程, 利用单元刚度系数的定义, 并考虑约束力的正方向规定后可求得畸变刚度系数。自由度  $\gamma_{Di}$ 、 $\gamma'_{Di}$ 、 $r_{Dj}$ 、 $\gamma'_{Dj}$  发生单位位移时, 刚度系数下标分别取 9、10、19 和 20。从而可得截面上任意点的畸变正应力。

### 1.3 薄壁直线箱梁的剪力滞效应刚度分析

根据薄壁箱梁剪力滞的基本方程, 另外, 由于直线梁在  $xoz$  平面内的横方向弯曲变形不与  $yo$  平面内的弯曲变形耦联, 故可单独进行考虑。单元在平面内的变形刚度从刚度系数的定义来计算可得。则当各自由度  $v_i$ 、 $w_i$ 、 $\theta_{xi}$ 、 $\zeta_i$ 、 $v_j$ 、 $\theta_{xj}$ 、 $\zeta_j$  依次发生单位位移时, 刚度系数  $K_{2,m}$ 、 $K_{3,m}$ 、 $K_{4,m}$ 、 $K_{8,m}$  和  $K_{12,m}$ 、 $K_{13,m}$ 、 $K_{14,m}$ 、 $K_{18,m}$  下标  $m$  分别取 2、3、4、8 和 12、13、14、18。

可以把约束扭转、畸变以及剪力滞分别考虑计算刚度的结果进行合并, 从而得到一个在初等梁基础上考虑约束扭转、畸变以及剪力滞等 10 个自由

\* 收稿日期: 2007-06-14

基金项目: 教育部优秀青年教师基金资助项目 (教人司 [2000] 11 号)

作者简介: 卢彭真 (1974 年生), 男, 博士研究生; E-mail: pzh\_lu@163.com

度的单元刚度矩阵  $[K]_{20 \times 20}$ 。

## 2 曲线梁单元刚度分析

### 2.1 薄壁曲线箱梁的约束扭转刚度分析

图1表示薄壁等截面曲梁单元, 设空间弯曲的形心轴  $O_i O_j$  在同一平面内,  $S_i S_j$  为剪力曲轴它与形心曲轴的偏距为  $y_0$ , 为简化分析, 不考虑剪力偏距  $x_0$  的影响。形心及剪心的半径分别记为  $R_c$ 、 $R_s$ 。

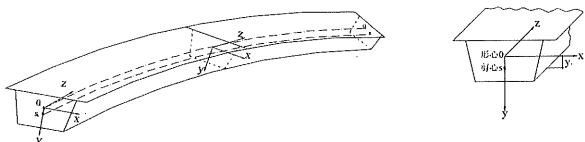


图1 空间曲线梁单元

Fig. 1 Element of spatial curve girder

曲线坐标为局部坐标系, 局部坐标系的  $z$  轴沿梁轴线的切向, 其方向与单元走向一致,  $x$  轴在曲率平面内, 与  $z$  轴垂直, 指向单元走向的右侧为正。局部坐标系符合右手螺旋法则, 并规定当曲率中心在单元走向的右侧时称为正曲率, 反之称为负曲率。曲梁单元每个节点位移和杆端力向量都与直梁单元相一致。曲线梁翘曲单元  $ij$ , 属于静定结构, 在  $j$  端承受有七个杆端力  $F_{xj}$ 、 $F_{yj}$ 、 $F_{zj}$ 、 $M_{xj}$ 、 $M_{yj}$ 、 $M_{zj}$ 、 $B_j$  作用<sup>[6]</sup>。单元刚度矩阵采用对单元空间柔度矩阵求逆阵的方法求解曲梁单元的刚度矩阵。

### 2.2 薄壁曲线箱梁的畸变刚度分析

曲梁单元畸变刚度矩阵中的刚度系数与直线箱梁单元的畸变刚度系数相同, 见直线梁部分。

### 2.3 薄壁曲线箱梁的剪力滞效应刚度分析

曲线箱梁的总势能包括竖向弯曲应变能、翼板剪滞翘曲剪切应变能和分布荷载及端点节点力作用下外力所作的功为。端点节点力  $\{F\}$  及单元位移向量  $\{u\}$  为:

$$\{F\} = [N_i \ F_{yi} \ M_{xi} \ M_{zi} \ F_{xi} \ M_{yi} \ N_j \ F_{yj} \ M_{xj} \ M_{zj} \ F_{xj} \ M_{yj}]$$

$$\{u\} = [w_{Gi} \ v_{si} \ \theta_{xi} \ \zeta_i \ u_{si} \ \theta_{yi} \ w_{Gj} \ v_{sj} \ \zeta_j \ u_{sj} \ \theta_{yj}]^T$$

因此, 可得曲线箱梁的总势能泛函为:

$$\Pi = \Pi_M + \Pi_r + \bar{W} =$$

$$\frac{E'}{2} \int_l (I_z \zeta'^2) dz + \frac{G}{2} \int_l (\zeta)^2 K \zeta dz - \{F\}^T \{u\} \quad (3)$$

则根据虚功原理, 以及边界条件可得单元刚度系数  $K_{8,8}$ 、 $K_{8,18}$ 、 $K_{18,18}$ 、 $K_{18,8}$ 。

根据曲线箱梁结构的特点以及受力特性, 为求简化实用的计算而确保精度, 分别进行单独刚度分

析计算。从而可以得到一个在初等梁基础上考虑约束扭转、畸变以及剪力滞等 10 个自由度的单元刚度矩阵  $[K]_{20 \times 20}$ <sup>[6-7]</sup>。

## 3 异型桥梁结构中梁格分析法的结构简化与等效参数模拟

梁格理论主要思想是将桥梁的上部结构用一个等效的梁格来模拟, 运用梁格理论处理叉形桥梁结构的计算以及其他的结构分析, 其关键的问题就是如何较好地模拟原型结构, 使模拟的梁格尽可能最接近原型。具体的梁格等效模拟包括两方面, 即梁格确定及网格的划分与梁格截面特性的拟定。

空间梁格分析法截面特性主要拟定惯性矩与扭矩, 模拟出的截面特性等效原结构截面, 对于不同结构以及截面不同的简化方法, 结果因模型简化的形式而存在差异, 但模拟计算结果应与原结构等效才能达到简化的目的。根据典型叉形桥梁的结构特点, 桥梁的主梁通常采用箱梁结构<sup>[8]</sup>。

## 4 异型桥梁工程实例应用分析

### 4.1 工程概况

某异型桥梁如图2、3, 主线为三跨预应力混凝土连续梁, 跨度为 27.5 + 50 + 27.5 m, 桥宽 12.6 m; 匝道为预应力混凝土薄壁连续箱梁, 半径 50 m, 跨径为 31 + 45 + 31 m, 桥宽 9.2 m。设计荷载: 汽—20。A-A 和 B-B 截面测点布置见图4, 在 C-C 截面设置 4 个畸变效应测点, 畸变效应测点布置见图5。

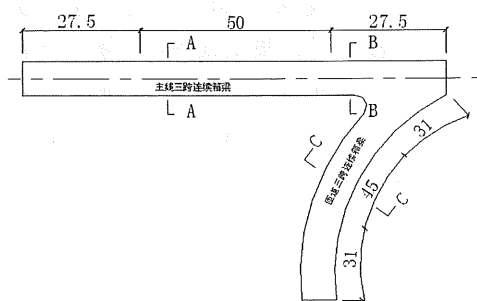


图2 异型桥梁示意图 (L/m)

Fig. 2 Simplified version of Y-shape bridge

### 4.2 结构静力分析

初等普通梁单元、空间板壳单元及本文理论共三种不同的结构分析模型对该异型桥梁进行分析<sup>[9-10]</sup>。其中, 本文理论所建立的空间薄壁杆系计算模型如图3。

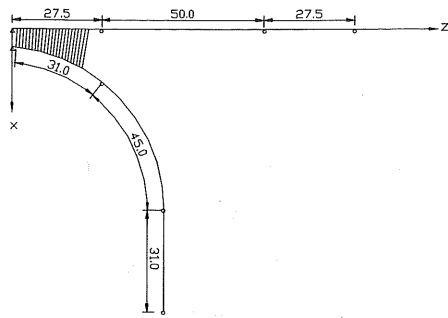


图 3 空间杆系计算模型 (l/m)

Fig. 3 Theoretical model of spatial beam system

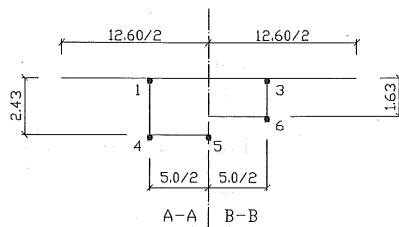


图 4 截面应变测点布置

Fig. 4 Test point arrangement of section strain

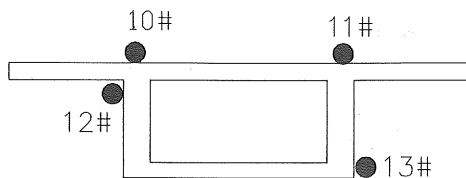


图 5 畸变效应测点布置

Fig. 5 Test point arrangement of distortion effect

### 4.3 理论分析计算结果与实测结果的比较分析

工况 1: 只在主线 50 m 跨中位置对称布置 3 台重为 300 kN 的标准车, 使主线 50 m 跨中产生最大正弯矩。工况 2: 只在匝道曲梁 45 m 桥跨中位置对称布置 2 台重为 300 kN 的标准车, 使匝道曲梁的 45 m 跨跨中产生最大正弯矩。分析结果表明, 表 1 某些理论值与实测值出入较大, 主要原因是主梁模拟分析采用空间梁格模型的模拟刚度与实际模型刚度等效没有处理好; 另一方面是测试环境因素以及人为因素造成某些测点结果偏大或偏小。如某些测点采用尼基钢弦应变计, 采用这种应变计时易受温度影响较大, 某些测点就会失真, 这也是实测过程比较突出的问题。B-B 截面的应力分析可知剪力滞效应比较突出, 畸变效应的分析比较结果见表 1。

4.3.1 截面正应力比较 在工况 1 下主跨 B-B 截面应力分析比较见图 6 所示。

4.3.2 畸变效应 工况 2 下 C-C 截面的畸变效应理论值与实测值比较见表 1 所示。

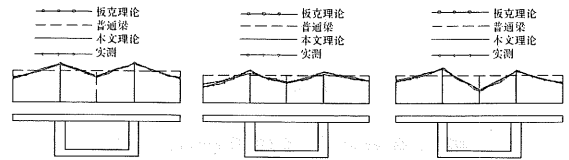


图 6 工况 1 下主跨截面应力分析

Fig. 6 Stress analysis of main span section under loading case 1

表 1 工况 2 荷载作用下畸变效应理论与实测挠度值 (工况 2)

Tab. 1 The deflection value of distortion effect and

experiment test (loading cases2) /cm

| 测点 | 普通梁单元 | 板壳单元  | 本文结果  | 实测    |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 10 | -0.51 | -0.65 | -0.63 | -0.68 |
| 11 | -0.12 | -0.13 | -0.12 | -0.14 |
| 12 | -0.51 | -0.58 | -0.53 | -0.62 |
| 13 | -0.23 | -0.21 | -0.23 | 0.25  |

4.3.3 挠度比较 工况 2 下匝道的挠度分析比较可知: 普通梁单元法的计算结果偏差较大, 板壳单元法与实测值最为接近, 本文计算结果与板壳有限元法的计算结果较为接近, 亦与实测值较为吻合。

4.3.4 应变比较 工况 1 下 A-A 截面的应变比较见表 2。

表 2 工况 1 下截面应变值比较表

Tab. 2 the strain comparison of sections under loading cases 1

/  $\times 10^{-6}$ 

| 应变测点 | 普通梁单元 | 板壳单元  | 本文结果  | 实测值   |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1    | 34.5  | 15.7  | 31.1  | 18    |
| 2    | 34.5  | 15.4  | 28.6  | 26    |
| 3    | 34.5  | 14.8  | 26.2  | 19    |
| 4    | -36.3 | -40.6 | -37.8 | -39   |
| 5    | -36.3 | -40.2 | -36.6 | -38.6 |
| 6    | -36.3 | -39.2 | -35.2 | -38.4 |

## 5 结 语

异型薄壁箱梁桥结构受力特点复杂, 用常规的计算理论和分析方法难以准确把握结构的受力行为。本文在普通梁理论的基础上, 通过增加自由度的分析方法, 提出同时考虑约束扭转、畸变以及剪力滞效应作用的每节点 10 个自由度的薄壁箱梁空间分析单元, 推导出对应的单元刚度矩阵, 并编制相应的有限元程序。

基于本文理论结合空间梁格分析法、普通梁单元及板壳单元分别对一典型异型桥梁进行结构理论

分析。理论分析与实测结果比较表明了本单元理论的有效性和准确性,同时也说明了空间梁格分析方法把异型复杂的结构模拟成一个纵、横交叉的空间梁格体系,体系力学模型符合结构的实际受力情况,可以直接得到结构的内力与变形,是一种简便实用的分析方法。

#### 参考文献:

- [1] 黄剑源,谢旭.薄壁曲线杆系结构空间分析的刚度法[J].土木工程学报,1994,27(5):3-19.  
HUANG Jianyuan, XIE Xun. Three-dimensional stiffness analysis of curved thin-walled structural member systems. China civil engineering journal, 1994, 27(5): 3-19.
- [2] 吴善幸,陈华鹏,黄建源.城市不规则箱形桥梁的格子梁分析[J].宁波大学学报,1996,9(3):126-134.  
WU Shangxing, CHEN Huapeng, HUANG Jianyuan. Grillage analysis of multicellular bridge structures with arbitrary play geometry. Journal of Ningbo University, 1996, 9(3): 126-134.
- [3] 丁汉山,邵容光.平面异性桥梁的分析研究[C].第十二届全国桥梁学术会议,1996.
- [4] 李平,丛玉胜.分叉式组合结构箱梁桥设计[J].公路,1996(11):29-31.
- LI Ping, CONG Yusheng. Box beam bridge design of Y-shape compose structure[J]. High-way, 1996(11): 29-31.
- [5] 依.西.汉勃来.(E. C. Hambly).桥梁上部构造性能[M].郭文辉,译.北京:人民交通出版社,1982.
- [6] 黄剑源,谢旭.城市高架桥的结构理论与计算方法[M].北京:科学出版社,2000.
- [7] 韦成龙,曾庆元.薄壁曲线箱梁考虑翘曲、畸变和剪滞效应的空间分析[J].土木工程学报,2000(6):81-87.  
WEI Chenglong, ZENG Qingyuan. A new element for thin-walled curved box girder analysis including warping distortion and shear-lag effects[J]. China civil engineering journal, 2000(6): 81-87.
- [8] 戴公连,李德建.桥梁结构空间分析设计方法与应用[M].北京:人民交通出版社,2001.
- [9] 黄海云.考虑约束扭转、畸变效应的异型桥梁受力分析[D].广州:华南理工大学,2002.
- [10] WU Y P, YU S S, SHI C H, et al. Ultimate load analysis of thin-walled box beams considering shear lag effect [J]. Thin-walled structures, 2004, 42: 1199-1210.

## Application of a Thin-walled Box Girder Element and Grillage Method in the Special-shaped Bridge

LU Peng-zhen<sup>1</sup>, ZHANG Jun-ping<sup>2</sup>, ZHAO Ren-da<sup>1</sup>, HUANG Hai-yun<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. School of Civil Engineering of Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** Mechanic behavior of Y-shape thin-walled box girder Bridge structure is complex and can not exactly described with general calculation theory and analytical method. Based on elementary beam theory, a thin-walled box beam analytical element of 10 degrees of freedom of every node was obtained, and stiffness matrix of the element was derived. In addition, a new spatial thin-walled box girder element grillage analysis method was built. A type of Y-shape thin-walled box Girder Bridge structure was analyzed with the elementary beam theory, shell theory and the new method. Comparison of results of theory analysis with experimental data, it is shown that the spatial thin-walled box girder element grillage analysis method is simple and exact.

**Key words:** special-shaped bridge; increase freedom degree; stiffness matrix; space grillage analysis